Theoretische Physik C **(17. November 2020)**

Präsenzübung 5

Prof. Dr. Olaf Lechtenfeld, Daniel Westerfeld

Aufgabe 1: Klassische Mechanik vs. Quantentheorie

Wiederholen Sie die Beschreibung des Zustandes eines Teilchens im Rahmen der klassischen Mechanik. Wie sieht die Zeitentwicklung aus und was sind Observablen (auf mathematischer Ebene)?
Wiederholen Sie die Schritte entsprechend den in der Vorlesung kennengelernten Postulaten für die Quantenmechanik und vergleichen Sie die beiden Theorien.

Aufgabe 2: Konsekutive Stern-Gerlach Apparaturen

Für einen modifizierten Stern Gerlach Versuch werden drei Apparaturen, die Teilstrahlen mit Spin $\frac{1}{2}$ jeweils in zwei Teilstrahlen aufspalten, hintereinander geschaltet. Die erste und die letzte der Apparaturen bewirke Aufspaltungen in horizontaler Richtung, die mittlere solche in vertikaler Richtung. Der Ausgansstrahl sei im Zustand $|R\rangle$.

[PÜ 2.1] Skizzieren Sie den Strahlengang in der Versuchsanordnung. In wieviele Teilstrahlen wird der ursprüngliche Strahl aufgespalten?

[PÜ 2.2] Berechnen Sie die Intensitäten der Teilstrahlen, die die Versuchsanlage passiert haben.

[PÜ 2.3] Die mittlere der drei Apparaturen werde langsam ausgeschaltet, so dass die zugehörige Aufspaltung abnimmt, bis die jeweiligen Teilstrahlen völlig überlappen. Wie ändern sich die Ergebnisse aus den vorherigen Teilaufgaben in diesem Fall?

Aufgabe 3: Hermitesche Operatoren und Projektoren

Es sei $\mathcal{H}$ ein Hilbertraum (Skalarprodukt $\langle\cdot|\cdot\rangle$). Für einen linearen Operator A auf $\mathcal{H}$ ist der adjungierte Operator $A^\dagger$ bestimmt durch die Forderung, dass

$$\left\langle\psi|A^\dagger\phi\right\rangle = \langle A\psi|\phi\rangle$$

für alle $|\psi\rangle, |\phi\rangle \in \mathcal{H}$ gilt. A heißt hermitesch, falls $A = A^\dagger$.

[PÜ 3.1] Zeigen Sie: $(A+B)^\dagger = A^\dagger + B^\dagger$.

[PÜ 3.2] Zeigen Sie dass für zwei (beliebige) Operatoren A, B gilt:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger \, .$$

Ein Projektor P ist ein linearer Operator mit $P^2 = P$ und $P = P^\dagger$.

[PÜ 3.3] Zeigen Sie, dass die Eigenwerte eines Projektors 0 oder 1 sind.

[PÜ 3.4] Zeigen Sie für einen beliebigen Vektor $|\psi\rangle$:

$$\big\| P|\psi\rangle \big\| \leq \big\| |\psi\rangle \big\| \, ,$$

d.h. P verkürzt Vektoren.